ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА, 1999, том 62, № 6, с. 1066–1074

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ

РОЖДЕНИЕ $q\bar{q}$-ПАР В РЕДЖЕОН-РЕДЖЕОННЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ И ЕГО ВКЛАД В ЯДРО УРАВНЕНИЯ БФКЛ

© 1999 г. **В. С. Фадин, Р. Фиоре[1), 2)], А. Флаки[1)], М. И. Коцкий**

Институт ядерной физики СО РАН, Новосибирск

Поступила в редакцию 19.03.98 г.; после доработки 02.06.98 г.

Находится вклад в ядро уравнения БФКЛ от кварк-антикварковых пар, образовавшихся в реджеон-реджеонных соударениях. Для вычисления этого вклада квадрат модуля амплитуды рождения такой пары суммируется по цветовым и спиновым состояниям реджеонов и кварков и интегрируется по относительному импульсу и инвариантной массе пары. Получены также выражения для дифференциальных распределений образовавшихся частиц.

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование партонных распределений в кинематической области малых значений бьеркеновской переменной x является в настоящее время одной из важнейших задач теории возмущений квантовой хромодинамики (КХД) [1], особенно в связи с недавними достижениями в экспериментах по глубоконеупругому рассеянию [2]. Вычисление этих распределений в главном логарифмическом приближении (ГЛП), когда во всех порядках теории возмущений по константе связи КХД α_s суммируются вклады типа $\alpha_s^n \ln^n(1/x)$, может быть выполнено при помощи уравнения БФКЛ [3], являющегося уравнением эволюции глюонной плотности по переменной x. В настоящее время результаты ГЛП широко известны и активно используются при анализе экспериментальных данных по полужестким процессам [4], но для надежного анализа необходимо знать еще и радиационные поправки к результатам логарифмической теории.

Уравнение БФКЛ может быть представлено в виде

$$\frac{\partial}{\partial \ln(1/x)}\mathcal{F}(x, \mathbf{q}_1^2) = \int d^{D-2} q_2 \mathcal{K}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2)\mathcal{F}(x, \mathbf{q}_2^2), \quad (1.1)$$

где $D = 4 + 2\epsilon$ – размерность пространства-времени, не равная четырем, что позволяет на каждом этапе вычислений иметь хорошо определенные выражения, свободные от инфракрасных и коллинеарных расходимостей, а функция $\mathcal{F}(x, \mathbf{k}^2)$ обозначает непроинтегрированную глюонную плотность, связанную с глюонным распределением $g(x, Q^2)$ следующим соотношением:

$$xg(x, Q^2) = \int_0^{Q^2} d(\mathbf{k}^2)\mathcal{F}(x, \mathbf{k}^2). \quad (1.2)$$

Здесь и далее векторные обозначения используются для компонент импульсов, поперечных по отношению к плоскости импульсов начальных частиц. В случае, когда глюонная плотность измеряется в экспериментах по глубоконеупругому рассеянию лептонов на адронах, начальными частицами являются рассеивающиеся друг на друге адрон и виртуальный калибровочный бозон, испущенный лептоном. Естественность векторных обозначений для поперечных импульсов обусловлена тем обстоятельством, что в любой системе с лобовым соударением, например в с. ц. и., они не имеют временных компонент и поперечное подпространство оказывается евклидовым. Ядро $\mathcal{K}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2)$ выражается через реджевскую траекторию глюона $\omega(t)$ и вклад $\mathcal{K}_{real}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2)$ от рождения реальных частиц в реджеон-реджеонных соударениях (где реджеоном является реджезованный глюон):

$$\mathcal{K}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = \\ = 2\omega(-\mathbf{q}_1^2)\delta^{(D-2)}(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) + \mathcal{K}_{real}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2). \quad (1.3)$$

В работах [5] было показано, что в следующем за ГЛП приближении (СГЛП) как форма уравнения БФКЛ (1.1), так и представление (1.3) для его ядра остаются неизменными, но для реджевской траектории глюона следует использовать двухпетлевое приближение, а вклад реальных частиц оказывается теперь суммой вкладов от рождения одного глюона, двух глюонов и кварк-антикварковой

1) Dipartimento di Fisica, Università della Calabria, Arcavacata di Rende, I-87036 Cosenza, Italy.

2) Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Gruppo collegato di Cosenza, Arcavacata di Rende, I-87036 Cosenza, Italy.

ковых пар:

$$\mathcal{K}_{real}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = \mathcal{K}_{RRG}^{one\text{-}loop}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) + \\ + \mathcal{K}_{RRGG}^{\rm Born}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) + \mathcal{K}_{RRQ\bar{Q}}^{\rm Born}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2), \tag{1.4}$$

в отличие от случая ГЛП, где глюонная траектория берется с однопетлевой точностью и вклад в ядро $\mathcal{K}_{real}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2)$ дает только первый член в равенстве (1.4), взятый в борновском приближении. В СГЛП этот вклад вычислен также с однопетлевой точностью, в то время как два других вклада в правой части (1.4) являются чисто нелидирующими поправками.

Реджевская траектория глюона $\omega(t)$ с двухпетлевой точностью была вычислена в [6], амплитуда рождения одного глюона в реджеон-реджеонном соударении с необходимой точностью получена в [7], и вклад $\mathcal{K}_{RRGG}^{\rm Born}$ от рождения двух реальных глюонов был найден в работах [8, 9]. Рождение реальных кварк-антикварковых пар при столкновении двух реджезованных глюонов рассматривалось ранее в работах [8, 10, 11]. Сингулярная при $(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)^2 \longrightarrow 0$ часть кварк-антикварковой поправки к ядру БФКЛ $\mathcal{K}_{RRQ\bar{Q}}^{\rm Born}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2)$ для случая безмассовых кварков вычислена в [8]. В работе [11б] приводится выражение для вклада в ядро БФКЛ от рождения кварк-антикварковых пар, усредненное по направлениям векторов $\mathbf{q}_1$ и $\mathbf{q}_2$, также полученное для случая КХД с безмассовыми кварками.

В настоящей статье мы приводим результаты и детали вычислений полного вклада $\mathcal{K}_{RRQ\bar{Q}}^{\rm Born}$ в ядро уравнения БФКЛ от рождения реальных безмассовых кварков и антикварков. Ранее результат этого расчета был опубликован в короткой заметке [12]. Мы используем явный вид эффективной амплитуды рождения кварк-антикварковой пары при столкновении двух реджеонов. Результат для соответствующего вклада $\mathcal{K}_{RRQ\bar{Q}}^{\rm Born}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2)$ в ядро БФКЛ получается интегрированием квадрата этой амплитуды по относительному импульсу и инвариантной массе рожденной пары.

2. РОЖДЕНИЕ КВАРК-АНТИКВАРКОВЫХ ПАР В РЕДЖЕОН-РЕДЖЕОННЫХ СОУДАРЕНИЯХ

Рождение кварк-антикварковых пар дает вклад в высокоэнергетические сечения в СГЛП только в том случае, если пара рождается в квазимультиреджевской кинематике (КМРК), т.е. если она имеет ограниченную инвариантную массу и отделена в пространстве быстрот от других рожденных частиц большими, растущими с энергией интервалами [5]. Рождение пары в областях фрагментации сталкивающихся частиц учитывается соответствующими вкладами в их импакт-факторы, поэтому вклад в ядро БФКЛ могут давать только пары, образовавшиеся в центральной области быстрот. В этом случае матричные элементы процессов содержат эффективную амплитуду $\gamma_{i_1 i_2}^{Q\bar{Q}}(q_1, q_2)$ рождения кварк-антикварковой пары в соударении двух реджезованных глюонов с импульсами $q_1 = \beta p_A + q_{1\perp}$ и $-q_2 = \alpha p_B - q_{2\perp}$, $\alpha, \beta \ll 1$, и с цветовыми индексами i_1, i_2. Здесь и ниже p_A и p_B – импульсы начальных частиц A и B и $s = (p_A + p_B)^2$. Эффективная амплитуда $\gamma_{i_1 i_2}^{Q\bar{Q}}(q_1, q_2)$ может быть выделена из матричного элемента любого процесса, в котором кварк-антикварковая пара рождается в КМРК в центральной области быстрот. В простейшем случае партонного процесса $A + B \longrightarrow A' + B' + q\bar{q}$, в котором сталкиваются кварки либо глюоны, имеем

$$A_{AB}^{A'Q\bar{Q}B'} = 2s\frac{1}{\mathbf{q}_1^2}\Gamma_{AA'}^{i_1}\gamma_{i_1 i_2}^{Q\bar{Q}}(q_1, q_2)\frac{1}{\mathbf{q}_2^2}\Gamma_{BB'}^{i_2}, \tag{2.1}$$

где $q_1 = p_A - p_{A'}$, $q_2 = p_{B'} - p_B$ и $\Gamma_{PP'}^{i}$ – эффективная вершина взаимодействия частица–частица–реджеон в низшем порядке теории возмущений:

$$\Gamma_{PP'}^{i} = g\langle P'|T^i|P\rangle\delta_{\lambda_P, \lambda_{P'}}. \tag{2.2}$$

Здесь через $\langle P'|T^i|P\rangle$ обозначены матричные элементы генераторов цветовой группы $SU(N)$ ($N = 3$ для КХД) в представлении частицы P, λ_P – ее спиральность и g – калибровочная константа связи, так что $\alpha_s = g^2/(4\pi)$. Используя результаты работы [8], получаем

$$\gamma_{i_1 i_2}^{Q\bar{Q}}(q_1, q_2) = \frac{1}{2}g^2\bar{u}(k_1) \times \\ \times [t^{i_1}t^{i_2}b(k_1, k_2) - t^{i_2}t^{i_1}\overline{b(k_2, k_1)}]v(k_2), \tag{2.3}$$

где k_1, k_2 и $u(k_1)$, $v(k_2)$ – импульсы и биспинорные амплитуды рождающихся кварка и антикварка и t^i – генераторы цветовой группы в фундаментальном представлении. Мы используем судаковскую параметризацию для импульсов частиц:

$$k_i = \beta_i p_A + \alpha_i p_B + k_{i\perp}, \quad s\alpha_i\beta_i = -k_{i\perp}^2 = \mathbf{k}_i^2, \\ i = 1, 2, \tag{2.4}$$

$$\beta_1 + \beta_2 = \beta \ll 1, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = \alpha \ll 1,$$

и следующие обозначения:

$$x = \frac{\beta_1}{\beta_1 + \beta_2}, \quad \Delta = k_1 + k_2 = q_1 - q_2, \\ \Lambda = k_1 - x\Delta, \quad Z = -\mathbf{\Lambda}^2 - x(1-x)\mathbf{\Delta}^2. \tag{2.5}$$

Выражения для матриц $b(k_1, k_2)$ и $\overline{b(k_2, k_1)}$ могут быть представлены соотношениями

$$b(k_1, k_2) = \frac{4\hat{p}_A\hat{Q}_1\hat{p}_B}{st} - \frac{1}{\Delta^2}\hat{\Gamma}, \tag{2.6}$$

$$\overline{b(k_2, k_1)} = \frac{4\hat{p}_B\hat{Q}_2\hat{p}_A}{s\tilde{t}} - \frac{1}{\Delta^2}\hat{\Gamma}, \tag{2.7}$$

в которых введены следующие обозначения:

$$t = (q_1 - k_1)^2 = -\frac{1}{x}((\mathbf{k}_1 - x\mathbf{q}_1)^2 + x(1-x)\mathbf{q}_1^2),$$

$$\tilde{t} = (q_1 - k_2)^2 =$$

$$= -\frac{1}{(1-x)}((\mathbf{k}_2 - (1-x)\mathbf{q}_1)^2 + x(1-x)\mathbf{q}_1^2), \tag{2.8}$$

$$Q_1 = q_{1\perp} - k_{1\perp}, \quad Q_2 = q_{1\perp} - k_{2\perp},$$

$$\Gamma = 2\Big[(q_1 + q_2)_\perp - \beta p_A\Big(1 + 2x(1-x)\frac{\mathbf{q}_1^2}{Z}\Big) - \frac{p_B}{\beta s}\Big(2\mathbf{q}_2^2 + \frac{Z}{x(1-x)}\Big)\Big].$$

Дифференциальное сечение процесса, усредненное по спиновым и цветовым состояниям начальных частиц и просуммированное по тем же квантовым числам конечных частиц, может быть представлено в виде

$$d\sigma(AB \longrightarrow A'Q\bar{Q}B') = \frac{4C(A)C(B)\alpha_s^2}{(N^2-1)(2\pi)^{D-4}}\frac{d^{D-2}q_1 d^{D-2}q_2}{\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2}\frac{d\beta}{\beta}d\mathcal{K}_{Q\bar{Q}}. \tag{2.9}$$

В последнем соотношении оператор Казимира $C(P)$ в представлении частицы P определен следующим образом:

$$\langle P'|T^i T^i|P\rangle = C(P)\langle P'|P\rangle, \tag{2.10}$$

и введено новое обозначение:

$$d\mathcal{K}_{Q\bar{Q}} = \frac{1}{2\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2}\frac{1}{(N^2-1)}\times \sum_{i_1, i_2, f} d\kappa d\rho_f \delta^{(D)}(q_1 - q_2 - k_1 - k_2)\left|\gamma_{i_1 i_2}^{Q\bar{Q}}(q_1, q_2)\right|^2, \tag{2.11}$$

где суммирование выполняется по цветовым индексам i_1, i_2 и по спинам и цветам рождающихся кварка и антикварка, $\kappa = (q_1 - q_2)^2$ – квадрат инвариантной массы сталкивающихся реджеонов, а элемент фазового объема конечных частиц

$$d\rho_f = \prod_{n=1,2}\frac{d^{D-1}k_n}{(2\pi)^{D-1}\cdot 2\omega_n}. \tag{2.12}$$

Переходя в равенстве (2.11) к переменным x, $\mathbf{k}_1$, находим

$$d\kappa d\rho_f \delta^{(D)}(q_1 - q_2 - k_1 - k_2) = = \frac{dx}{2x(1-x)(2\pi)^{2(D-1)}}\,d^{D-2}k_1 \tag{2.13}$$

и при помощи представления (2.3) получаем следующее соотношение:

$$d\mathcal{K}_{Q\bar{Q}} = \frac{g^4\mu^{2\epsilon}}{64\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2(2\pi)^{D-1}}\frac{1}{N}\frac{dx}{x(1-x)}\times \mu^{-2\epsilon}\frac{d^{D-2}k_1}{(2\pi)^{D-1}}[(N^2A + B - A) + (k_1 \longleftrightarrow k_2)], \tag{2.14}$$

где μ – параметр инфракрасной регуляризации,

$$A = \mathrm{tr}(\hat{k}_1 b(k_1, k_2)\hat{k}_2\overline{b(k_1, k_2)}) \tag{2.15}$$

и

$$B = \mathrm{tr}(\hat{k}_1 b(k_1, k_2)\hat{k}_2 \overline{b(k_2, k_1)}). \tag{2.16}$$

Вычисление следов приводит к равенствам

$$\begin{aligned} A = 32x(1-x)\Big\{&-(1-x)(1-2x)^2\mathbf{q}_1^4\Big(\frac{1}{xt^2} + \frac{x}{Z^2}\Big) - \\ &- x(1-x)\frac{\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2}{\mathbf{\Lambda}^2 Z} - 4x^2(1-x)^2\frac{\mathbf{q}_1^2(\mathbf{\Lambda}\cdot\mathbf{\Delta})}{\mathbf{\Lambda}^2 Z}\times \\ &\times\Big[2\frac{(\mathbf{\Lambda}\cdot\mathbf{q}_1)}{\mathbf{\Lambda}^2} + x(1-x)\frac{\mathbf{q}_1^2(\mathbf{\Lambda}\cdot\mathbf{\Delta})}{\mathbf{\Lambda}^2 Z} + (1-2x)\frac{\mathbf{q}_1^2}{Z}\Big] - \\ &- 4x(1-x)\Big[\Big(\frac{(\mathbf{\Lambda}\cdot\mathbf{q}_1)}{\mathbf{\Lambda}^2} + \frac{(\mathbf{q}_1(\mathbf{k}_1 - x\mathbf{q}_1))}{xt}\Big)^2 + \\ &+ \frac{\mathbf{q}_1^2(\mathbf{\Lambda}\cdot\mathbf{\Delta})}{\mathbf{\Lambda}^2 Zt}((\mathbf{k}_1\cdot\mathbf{q}_1) + (1-2x)(\mathbf{k}_1\cdot\mathbf{\Delta}) + \\ &+ x\mathbf{\Delta}^2 - (\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{\Delta}))\Big] - (1-2x)\frac{\mathbf{q}_1^2}{t}\Big[\frac{\mathbf{q}_2^2}{Z} + \\ &+ 2(1-x)\frac{2(\mathbf{k}_1\cdot\mathbf{q}_1) - \mathbf{q}_1^2}{Z} - 4(1-x)\frac{(\mathbf{q}_1(\mathbf{k}_1 - x\mathbf{q}_1))}{xt}\Big] + \\ &+ 2(1-x)(1-2x)\frac{\mathbf{q}_1^2((\mathbf{\Lambda}\cdot\mathbf{\Delta}) + 2(\mathbf{\Lambda}\cdot\mathbf{q}_1))}{\mathbf{\Lambda}^2}\Big(\frac{1}{t} - \frac{x}{Z}\Big)\Big\}, \end{aligned} \tag{2.17}$$

$$B - A + (k_1 \longleftrightarrow k_2) = 64x(1-x)\Bigg\{\frac{1}{2x(1-x)t\tilde{t}} \times$$
$$\times [-\mathbf{q}_1^2 \cdot \mathbf{q}_2^2 + 2x(1-x)\mathbf{q}_1^2(\mathbf{q}_2^2 - \mathbf{\Delta}^2) + \tag{2.18}$$
$$+ 8x(1-x)(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{q}_1)(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{q}_1)] +$$
$$+ (1-x)\frac{(\mathbf{q}_1^2 - 2(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{q}_1))^2}{2xt^2} + x\frac{(\mathbf{q}_1^2 - 2(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{q}_1))^2}{2(1-x)\tilde{t}^2}\Bigg\}.$$

3. ВКЛАД КВАРК-АНТИКВАРКОВЫХ ПАР В ЯДРО БФКЛ

Используя соотношения (2.14), (2.17) и (2.18), получаем

$$d\mathcal{K}_{Q\bar{Q}} = \frac{g^4\mu^{2\epsilon}dx}{2\mathbf{q}_1^2 \cdot \mathbf{q}_2^2(2\pi)^{D-1}}\mu^{-2\epsilon}\frac{d^{D-2}k_1}{(2\pi)^{D-1}} \times$$
$$\times \Bigg[\Bigg(N\Bigg\{\frac{(1-x)(1-2x)^2\mathbf{q}_1^4}{xt^2} - \frac{x(1-x)(1-2x)^2\mathbf{q}_1^4}{Z^2} -$$
$$- \frac{x(1-x)\mathbf{q}_1^2 \cdot \mathbf{q}_2^2}{\mathbf{\Lambda}^2 Z} - \frac{4x^2(1-x)^2\mathbf{q}_1^2(\mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{\Delta})}{\mathbf{\Lambda}^4 Z} \times$$
$$\times \left(2(\mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{q}_1) + x(1-x)\mathbf{q}_1^2\frac{(\mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{\Delta})}{Z}\right) -$$
$$- 4x(1-x)\left(\frac{(\mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{q}_1)}{\mathbf{\Lambda}^2} + \frac{(\mathbf{q}_1(\mathbf{k}_1 - x\mathbf{q}_1))}{xt}\right)^2 -$$
$$- 4x(1-x)\mathbf{q}_1^2\frac{(\mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{\Delta})}{\mathbf{\Lambda}^2 Zt}((\mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{q}_1) + (1-2x)(\mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{\Delta})) -$$
$$- 4x(1-x)^2(2x\mathbf{\Delta}^2 - (\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{\Delta}))\mathbf{q}_1^2\frac{(\mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{\Delta})}{\mathbf{\Lambda}^2 Zt} -$$
$$- (1-2x)\mathbf{q}_1^2\frac{\mathbf{q}_2^2 + 2(1-x)(2x(\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{\Delta}) - \mathbf{q}_1^2)}{Zt} -$$
$$- 4(1-x)(1-2x)\mathbf{q}_1^2\frac{(\mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{q}_1)}{Zt} + \tag{3.1}$$
$$+ 2(1-x)(1-2x)\mathbf{q}_1^2\frac{(\mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{\Delta}) + 2(\mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{q}_1)}{\mathbf{\Lambda}^2 t} -$$
$$- 4x^2(1-x)^2(1-2x)\mathbf{q}_1^4\frac{(\mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{\Delta})}{\mathbf{\Lambda}^2 Z^2} -$$
$$- 2x(1-x)(1-2x)\mathbf{q}_1^2\frac{(\mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{\Delta}) + 2(\mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{q}_1)}{\mathbf{\Lambda}^2 Z} +$$
$$+ 4(1-x)(1-2x)\mathbf{q}_1^2\frac{(\mathbf{q}_1(\mathbf{k}_1 - x\mathbf{q}_1))}{xt^2}\Bigg\} +$$
$$+ \frac{1}{N}\Bigg\{\frac{1}{2x(1-x)t\tilde{t}}(-\mathbf{q}_1^2 \cdot \mathbf{q}_2^2 + 2x(1-x)\mathbf{q}_1^2(\mathbf{q}_2^2 - \mathbf{\Delta}^2) +$$
$$+ 8x(1-x)(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{q}_1)(\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{\Delta}) - 8x(1-x)(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{q}_1)^2) +$$
$$+ \frac{(1-x)(\mathbf{q}_1^2 - 2(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{q}_1))^2}{xt^2}\Bigg\}\Bigg) +$$
$$+ (x \longleftrightarrow 1-x, \mathbf{k}_1 \longleftrightarrow \mathbf{\Delta} - \mathbf{k}_1)\Bigg].$$

Результат интегрирования этого распределения по поперечным импульсам компонент рожденной пары при фиксированном суммарном импульсе может быть представлен в виде

$$\int d^{D-2}k_1\frac{d\mathcal{K}_{Q\bar{Q}}}{d^{D-2}k_1} = \frac{g^4\mu^{2\epsilon}dx}{2\mathbf{q}_1^2 \cdot \mathbf{q}_2^2(2\pi)^{D-1}} \times$$
$$\times \left[\left(N\sum_{k=1}^{10} I_k + \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{2} J_k\right) + (x \longleftrightarrow 1-x)\right], \tag{3.2}$$

где символами I_k и J_k обозначены интегралы по $d^{D-2}k_1$ с весовым множителем $\mu^{-2\epsilon}(2\pi)^{1-D}$ от последовательных членов в первой и второй фигурных скобках в соотношении (3.1) соответственно с учетом того, что интегралы I_{11}, I_{12} и I_{13} равны нулю. Вклад реальных кварк-антикварковых пар в ядро уравнения БФКЛ равен:

$$\mathcal{K}^{\mathrm{Born}}_{RRQ\bar{Q}}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = n_f\int_0^1 dx\int d^{D-2}k_1\frac{d\mathcal{K}_{Q\bar{Q}}}{dx\,d^{D-2}k_1}, \tag{3.3}$$

где n_f – число типов легких кварков. Основной целью данной работы является вычисление именно этой последней величины, однако следует заметить, что полностью дифференциальное распределение (3.1) и распределение по долям продольного импульса (3.2) имеют самостоятельный смысл и могут быть использованы для описания экспериментов по двухструйному рождению адронов в КМРК. Поэтому мы приводим в Приложении А результаты вычисления интегралов I_k и J_k, при помощи которых легко получить аналитическое выражение для распределения по x (3.2). Полностью дифференциальное распределение рожденной в центральной области быстрот в КМРК кварк-антикварковой пары определяется соотношением (3.1).

Чтобы получить вклад в ядро уравнения БФКЛ, необходимо выполнить интегрирование в правой части равенства (3.3). Возникающие там интегралы по структуре похожи на рассмотренные в работе [9] при вычислении двухглюонного вклада в ядро БФКЛ. Детали расчета для вклада кварк-антикварковых пар приведены в Приложении Б. Используя результаты этого Приложения, получаем окончательный ответ для вклада от рождения реальных кварк-антикварковых пар в ядро уравнения БФКЛ:

$$\mathcal{K}^{\mathrm{Born}}_{RRQ\bar{Q}}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = \frac{4\bar{g}^4_\mu \mu^{-2\epsilon} n_f}{\pi^{1+\epsilon}\Gamma(1-\epsilon)N^3} \times$$

$$\times \Bigg\{ N^2 \left[\frac{2}{3}\left(\frac{1}{\epsilon} - \frac{5}{3} + \left(\frac{28}{9} - \frac{\pi^2}{6}\right)\epsilon\right) \frac{1}{\mathbf{\Delta}^2}\left(\frac{\mathbf{\Delta}^2}{\mu^2}\right)^\epsilon + \right.$$

$$+ \frac{1}{(\mathbf{q}_1^2 - \mathbf{q}_2^2)}\left(1 + \frac{\mathbf{\Delta}^2(2\mathbf{\Delta}^2 - 3\mathbf{q}_1^2 - 3\mathbf{q}_2^2)}{3(\mathbf{q}_1^2 - \mathbf{q}_2^2)^2}\right)\ln\left(\frac{\mathbf{q}_1^2}{\mathbf{q}_2^2}\right) +$$

$$\left. + \frac{2\mathbf{\Delta}^2}{(\mathbf{q}_1^2 - \mathbf{q}_2^2)^2}\left(1 - \frac{(\mathbf{q}_1^2 + \mathbf{q}_2^2)\mathbf{\Delta}^2}{6\mathbf{q}_1^2 \cdot \mathbf{q}_2^2}\right) + \frac{(2\mathbf{\Delta}^2 - \mathbf{q}_1^2 - \mathbf{q}_2^2)}{3\mathbf{q}_1^2 \cdot \mathbf{q}_2^2}\right] + \tag{3.4}$$

$$+ \frac{1}{8\mathbf{q}_1^2 \cdot \mathbf{q}_2^2}\left((3\mathbf{q}_1^4 + 3\mathbf{q}_2^4 - 2\mathbf{q}_1^2 \cdot \mathbf{q}_2^2)\left(1 - \frac{(\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{q}_2)^2}{2\mathbf{q}_1^2 \cdot \mathbf{q}_2^2}\right) - \right.$$

$$- 2(\mathbf{q}_1^2 + \mathbf{q}_2^2)^2 \int_0^\infty \frac{dx}{(\mathbf{q}_1^2 + x^2\mathbf{q}_2^2)} \ln\left|\frac{1+x}{1-x}\right| +$$

$$+ \frac{(3(\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{q}_2)^2 - 2\mathbf{q}_1^2 \cdot \mathbf{q}_2^2)}{16\mathbf{q}_1^4 \cdot \mathbf{q}_2^4} \times$$

$$\left. \times \left((\mathbf{q}_1^2 - \mathbf{q}_2^2)\ln\left(\frac{\mathbf{q}_1^2}{\mathbf{q}_2^2}\right) + 2(\mathbf{q}_1^2 + \mathbf{q}_2^2)\right)\right\},$$

где

$$\bar{g}^2_\mu = \frac{g^2_\mu N \Gamma(1-\epsilon)}{(4\pi)^{2+\epsilon}}, \quad g_\mu = g\mu^\epsilon. \tag{3.5}$$

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выражение (3.4) представляет собой поправку к ядру уравнения БФКЛ, связанную с рождением реальных кварк-антикварковых пар, и учитывает все члены, дающие ненулевой вклад при интегрировании в правой части уравнения БФКЛ (1.1) по вектору $\mathbf{\Delta}$ в пределе, когда $\epsilon = (D-4)/2$ стремится к своему физическому значению $\epsilon = 0$. Эта поправка содержит два типа инфракрасных особенностей: явный полюс по ϵ при фиксированном значении $\mathbf{\Delta}$ и особенность при $\mathbf{\Delta}^2 = 0$, которая после интегрирования по $\mathbf{\Delta}$ приводит к новому полюсу по ϵ. Все указанные сингулярности содержатся в первых двух строках равенства (3.4), и эта часть поправки $\mathcal{K}^{\mathrm{Born}}_{RRQ\bar{Q}}$ к ядру БФКЛ согласуется с соответствующим результатом работы [8]. Явный полюс по ϵ сокращается с соответствующим сингулярным вкладом в виртуальной поправке к одноглюонному вкладу в ядро; полюс, возникающий в результате интегрирования по $\mathbf{\Delta}$, сокращается с аналогичным полюсом в реджевской траектории глюона.

Для определения сингулярной части поправки $\mathcal{K}^{\mathrm{Born}}_{RRQ\bar{Q}}$ ограничимся выражением в первых двух строках равенства (3.4). С требуемой точностью эта часть может быть представлена в виде

$$\mathcal{K}^{\mathrm{Born}}_{RRQ\bar{Q}}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2)_{sing} = \frac{16\bar{g}^4_\mu \mu^{-2\epsilon} n_f}{\pi^{1+\epsilon}\Gamma(1-\epsilon)N} \times$$

$$\times \frac{1}{\mathbf{\Delta}^2}\left(\frac{\mathbf{\Delta}^2}{\mu^2}\right)^\epsilon \frac{\Gamma^2(2+\epsilon)}{\epsilon\Gamma(4+2\epsilon)}. \tag{4.1}$$

В оставшейся части поправки можно положить $\epsilon = 0$. Различные члены в регулярной части кварк-антикварковой поправки содержат особенности при $\mathbf{q}_1^2 = 0$, $\mathbf{q}_2^2 = 0$ и $\mathbf{q}_1^2 = \mathbf{q}_2^2$. Однако все эти сингулярности фиктивны, и несложно продемонстрировать, что они взаимно сокращаются. Например, особенности при $\mathbf{q}_1^2 = \mathbf{q}_2^2$ явно сокращаются после усреднения по направлениям векторов $\mathbf{q}_1$ и $\mathbf{q}_2$:

$$\left\langle \mathcal{K}^{\mathrm{Born}}_{RRQ\bar{Q}}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2)_{nonsing} \right\rangle = \frac{\alpha_s^2 n_f}{4\pi^3 N}\left\{\frac{2N^2}{3(\mathbf{q}_1^2 - \mathbf{q}_2^2)}\ln\left(\frac{\mathbf{q}_1^2}{\mathbf{q}_2^2}\right) - \right.$$

$$- \frac{1}{32\mathbf{q}_1^2 \cdot \mathbf{q}_2^2}\left[(\mathbf{q}_1^2 - \mathbf{q}_2^2)\ln\left(\frac{\mathbf{q}_1^2}{\mathbf{q}_2^2}\right) + 2(\mathbf{q}_1^2 + \mathbf{q}_2^2) + \right. \tag{4.2}$$

$$+ (22\mathbf{q}_1^2 \cdot \mathbf{q}_2^2 - \mathbf{q}_1^4 - \mathbf{q}_2^4)\frac{1}{\sqrt{\mathbf{q}_1^2 \cdot \mathbf{q}_2^2}} \times$$

$$\left.\left. \times \left(\ln\left(\frac{\mathbf{q}_1^2}{\mathbf{q}_2^2}\right)\mathrm{arctg}\left(\frac{|\mathbf{q}_2|}{|\mathbf{q}_1|}\right) + 2\,\mathrm{Im}\,\mathrm{Li}_2\left(i\frac{|\mathbf{q}_2|}{|\mathbf{q}_1|}\right)\right)\right]\right\}.$$

При выводе последнего соотношения мы учли, что

$$\int_0^\infty \frac{dx}{(\mathbf{q}_1^2 + x^2\mathbf{q}_2^2)}\ln\left|\frac{1+x}{1-x}\right| = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{q}_1^2 \cdot \mathbf{q}_2^2}} \times$$

$$\times \left(\ln\left(\frac{\mathbf{q}_1^2}{\mathbf{q}_2^2}\right)\mathrm{arctg}\left(\frac{|\mathbf{q}_2|}{|\mathbf{q}_1|}\right) + 2\,\mathrm{Im}\,\mathrm{Li}_2\left(i\frac{|\mathbf{q}_2|}{|\mathbf{q}_1|}\right)\right), \tag{4.3}$$

где дилогарифм $\mathrm{Li}_2(z)$ при вещественных $z < 1$ определяется следующим образом:

$$\mathrm{Li}_2(z) = -\int_0^z \frac{dt}{t}\ln(1-t), \tag{4.4}$$

а при остальных значениях аргумента получается аналитическим продолжением (4.4).

Выражение (4.2) можно сравнить с выражением для той же величины, вычисленной ранее авторами работы [11б] и представленной там соотношением (3.17). Сравнение показывает, что в [11б] имеются опечатки, и это уже отмечалось самими авторами в работе [13]. К сожалению, соответствующее выражение в [13] также не свободно от опечаток. Чтобы согласовать соотношение (3.17) работы [11б] с нашим результатом, необходимо первую цветовую структуру в этом соотношении взять с общим фактором 1/2, фактор 2 в последнем члене в квадратных скобках умножить только на дилогарифм, но не на член $\ln(1/\rho)\mathscr{L}_1(\rho)$, и во втором слагаемом следует заменить C_A на n_f. Мы благодарны M. Ciafaloni, который сообщил нам, что несогласие наших результатов связано именно с опечатками в соотношении (3.17) работы [11б], а не с более серьезными причинами.

Настоящая работа поддержана частично Российским фондом фундаментальных исследований, частично INTAS и частично Ministero italiano dell'Università e della Ricerca Scientifica e Tecnologica.

Приложение А

В этом Приложении приведены результаты вычисления интегралов по поперечному импульсу, входящих в выражение для распределения по доле полного продольного импульса x (3.2), рожденной в центральной области быстрот в КМРК кварк-антикварковой пары:

$$I_1 = \int\mu^{-2\epsilon}\frac{d^{D-2}k_1}{(2\pi)^{D-1}}(-1)\frac{(1-x)(1-2x)^2\mathbf{q}_1^4}{xt^2} = -\frac{2\Gamma(1-\epsilon)}{(4\pi)^{2+\epsilon}}(1-2x)^2\mathbf{q}_1^2; \qquad (\text{П.1})$$

$$I_2 = \int\mu^{-2\epsilon}\frac{d^{D-2}k_1}{(2\pi)^{D-1}}(-1)\frac{x(1-x)(1-2x)^2\mathbf{q}_1^4}{Z^2} = -\frac{2\Gamma(1-\epsilon)}{(4\pi)^{2+\epsilon}}\frac{(1-2x)^2\mathbf{q}_1^4}{\mathbf{\Delta}^2}\left(\frac{x(1-x)\mathbf{\Delta}^2}{\mu^2}\right)^{\epsilon}; \qquad (\text{П.2})$$

$$I_3 = \int\mu^{-2\epsilon}\frac{d^{D-2}k_1}{(2\pi)^{D-1}}(-1)\frac{x(1-x)\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2}{\mathbf{\Lambda}^2 Z} = \frac{2\Gamma(1-\epsilon)}{(4\pi)^{2+\epsilon}}\frac{\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2}{\epsilon\mathbf{\Delta}^2}\left(\frac{x(1-x)\mathbf{\Delta}^2}{\mu^2}\right)^{\epsilon}; \qquad (\text{П.3})$$

$$I_4 = \int\mu^{-2\epsilon}\frac{d^{D-2}k_1}{(2\pi)^{D-1}}(-1)\cdot 4x^2(1-x)^2\mathbf{q}_1^2\frac{(\mathbf{\Lambda}\cdot\mathbf{\Delta})}{\mathbf{\Lambda}^4 Z}\times\left(2(\mathbf{\Lambda}\cdot\mathbf{q}_1)+x(1-x)\mathbf{q}_1^2\frac{(\mathbf{\Lambda}\cdot\mathbf{\Delta})}{Z}\right) = -\frac{2\Gamma(1-\epsilon)}{(4\pi)^{2+\epsilon}}(\mathbf{q}_2^2-\mathbf{\Delta}^2-\epsilon\mathbf{q}_1^2)\times\frac{2x(1-x)\mathbf{q}_1^2}{\epsilon(1+\epsilon)\mathbf{\Delta}^2}\left(\frac{x(1-x)\mathbf{\Delta}^2}{\mu^2}\right)^{\epsilon}; \qquad (\text{П.4})$$

$$I_5 = \int\mu^{-2\epsilon}\frac{d^{D-2}k_1}{(2\pi)^{D-1}}(-1)\cdot 4x(1-x)\times\left(\frac{(\mathbf{\Lambda}\cdot\mathbf{q}_1)}{\mathbf{\Lambda}^2}+\frac{(\mathbf{q}_1(\mathbf{k}_1-x\mathbf{q}_1))}{xt}\right)^2 = -\frac{2\Gamma(1-\epsilon)}{(4\pi)^{2+\epsilon}}\times 2x(1-x)\mathbf{q}_1^2\left[\frac{1}{\epsilon}+\ln\left(\frac{x(1-x)\mathbf{q}_1^2}{\mu^2}\right)-4\frac{\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2-(\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{q}_2)^2}{\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2}+\left(2+2(1-x)\frac{\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2-2(\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{q}_2)^2}{x\mathbf{q}_2^4}\right)\times\ln\left(\frac{x\mathbf{q}_2^2+(1-x)\mathbf{q}_1^2}{(1-x)\mathbf{q}_1^2}\right)\right]; \qquad (\text{П.5})$$

$$I_6 = \int\mu^{-2\epsilon}\frac{d^{D-2}k_1}{(2\pi)^{D-1}}(-1)\cdot 4x(1-x)\mathbf{q}_1^2\frac{(\mathbf{\Lambda}\cdot\mathbf{\Delta})}{\mathbf{\Lambda}^2 Zt}\times(\mathbf{\Lambda}\cdot\mathbf{q}_1+(1-2x)(\mathbf{\Lambda}\cdot\mathbf{\Delta})) = \frac{2\Gamma(1-\epsilon)}{(4\pi)^{2+\epsilon}}\frac{\mathbf{q}_1^2}{\mathbf{q}_2^4\cdot\mathbf{\Delta}^2}\times\Bigg\{(2(1-x)(\mathbf{q}_2^2\cdot\mathbf{\Delta}^2-(\mathbf{q}_2\cdot\mathbf{\Delta})^2)-(\mathbf{q}_2\cdot\mathbf{\Delta})(\mathbf{q}_2^2+2(1-x)(\mathbf{q}_2\cdot\mathbf{\Delta})))\times\left[2(x\mathbf{q}_2^2+(1-x)\mathbf{q}_1^2)\ln\left(\frac{x\mathbf{q}_2^2+(1-x)\mathbf{q}_1^2}{(1-x)\mathbf{q}_1^2}\right)+(\mathbf{q}_2^2+2(1-x)(\mathbf{q}_2\cdot\mathbf{\Delta}))\ln\left(\frac{\mathbf{q}_1^2}{\mathbf{\Delta}^2}\right)\right]-(8x(1-x)^2(\mathbf{q}_2^2\cdot\mathbf{\Delta}^2-(\mathbf{q}_2\cdot\mathbf{\Delta})^2)^2+2(1-x)\times(\mathbf{q}_2^4+4(1-x)(\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{q}_2)(\mathbf{q}_2\cdot\mathbf{\Delta}))(\mathbf{q}_2^2\cdot\mathbf{\Delta}^2-(\mathbf{q}_2\cdot\mathbf{\Delta})^2)-(\mathbf{q}_2\cdot\mathbf{\Delta})(\mathbf{q}_2^2+2(1-x)(\mathbf{q}_2\cdot\mathbf{\Delta}))^3)I(x)\Bigg\}; \qquad (\text{П.6})$$

$$I(x) = \int\limits_0^1 \frac{dz}{z(1-z)x\mathbf{q}_2^2 + z(1-x)\mathbf{q}_1^2 + (1-z)(1-x)\mathbf{\Delta}^2} =$$

$$= 1/\sqrt{(\mathbf{q}_2^2 + 2(1-x)(\mathbf{q}_2\cdot\mathbf{\Delta}))^2 + 4x(1-x)\mathbf{q}_2^2\cdot\mathbf{\Delta}^2}\,\times \tag{П.7}$$

$$\times \ln\left(\frac{\mathbf{q}_2^2 + 2(1-x)(\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{\Delta}) + \sqrt{(\mathbf{q}_2^2 + 2(1-x)(\mathbf{q}_2\cdot\mathbf{\Delta}))^2 + 4x(1-x)\mathbf{q}_2^2\cdot\mathbf{\Delta}^2}}{\mathbf{q}_2^2 + 2(1-x)(\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{\Delta}) - \sqrt{(\mathbf{q}_2^2 + 2(1-x)(\mathbf{q}_2\cdot\mathbf{\Delta}))^2 + 4x(1-x)\mathbf{q}_2^2\cdot\mathbf{\Delta}^2}}\right),$$

$$I_7 = \int \mu^{-2\epsilon}\frac{d^{D-2}k_1}{(2\pi)^{D-1}}(-1)\cdot 4x(1-x)^2(2x\mathbf{\Delta}^2 - (\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{\Delta}))\times$$

$$\times \mathbf{q}_1^2\frac{(\mathbf{\Lambda}\cdot\mathbf{\Delta})}{\mathbf{\Lambda}^2 Zt} = -\frac{2\Gamma(1-\epsilon)}{(4\pi)^{2+\epsilon}}2(1-x)(2x\mathbf{\Delta}^2 - (\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{\Delta}))\times \tag{П.8}$$

$$\times \frac{(\mathbf{q}_2\cdot\mathbf{\Delta})\mathbf{q}_1^2}{\mathbf{q}_2^2\cdot\mathbf{\Delta}^2}\left[\ln\left(\frac{\mathbf{q}_1^2}{\mathbf{\Delta}^2}\right) + 2\ln\left(\frac{x\mathbf{q}_2^2 + (1-x)\mathbf{q}_1^2}{(1-x)\mathbf{q}_1^2}\right) - (\mathbf{q}_2^2 + 2(1-x)(\mathbf{q}_2\cdot\mathbf{\Delta}))I(x)\right];$$

$$I_8 = \int \mu^{-2\epsilon}\frac{d^{D-2}k_1}{(2\pi)^{D-1}}(-1)(1-2x)\mathbf{q}_1^2\times$$

$$\times \frac{\mathbf{q}_2^2 + 2(1-x)(2x(\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{\Delta}) - \mathbf{q}_1^2)}{Zt} = \frac{2\Gamma(1-\epsilon)}{(4\pi)^{2+\epsilon}}\times \tag{П.9}$$

$$\times (1-2x)\mathbf{q}_1^2(\mathbf{q}_2^2 + 2(1-x)(2x(\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{\Delta}) - \mathbf{q}_1^2))I(x);$$

$$I_9 = \int \mu^{-2\epsilon}\frac{d^{D-2}k_1}{(2\pi)^{D-1}}(-1)\cdot 4(1-x)(1-2x)\mathbf{q}_1^2\frac{(\mathbf{\Lambda}\cdot\mathbf{q}_1)}{Zt} =$$

$$= \frac{2\Gamma(1-\epsilon)}{(4\pi)^{2+\epsilon}}2(1-x)(1-2x)\frac{\mathbf{q}_1^2(\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{q}_2)}{\mathbf{q}_2^2}\times \tag{П.10}$$

$$\times\left[\ln\left(\frac{\mathbf{q}_1^2}{\mathbf{\Delta}^2}\right) - (\mathbf{q}_2^2 + 2(1-x)(\mathbf{q}_2\cdot\mathbf{\Delta}))I(x)\right];$$

$$I_{10} = \int \mu^{-2\epsilon}\frac{d^{D-2}k_1}{(2\pi)^{D-1}}\cdot 2(1-x)(1-2x)\mathbf{q}_1^2\times$$

$$\times \frac{(\mathbf{\Lambda}\cdot\mathbf{\Delta}) + 2(\mathbf{\Lambda}\cdot\mathbf{q}_1)}{\mathbf{\Lambda}^2 t} = -\frac{2\Gamma(1-\epsilon)}{(4\pi)^{2+\epsilon}}2(1-x)\times \tag{П.11}$$

$$\times (1-2x)\mathbf{q}_1^2\frac{3(\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{q}_2) - \mathbf{q}_2^2}{\mathbf{q}_2^2}\ln\left(\frac{x\mathbf{q}_2^2 + (1-x)\mathbf{q}_1^2}{(1-x)\mathbf{q}_1^2}\right);$$

$$J_1 = \int \mu^{-2\epsilon}\frac{d^{D-2}k_1}{(2\pi)^{D-1}}\frac{1}{2x(1-x)t\tilde{t}}\times$$

$$\times(-\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2 + 2x(1-x)\mathbf{q}_1^2(\mathbf{q}_2^2 - \mathbf{\Delta}^2) +$$

$$+ 8x(1-x)(\mathbf{k}_1\cdot\mathbf{q}_1)(\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{\Delta}) - 8x(1-x)(\mathbf{k}_1\cdot\mathbf{q}_1)^2) =$$

$$= \frac{2\Gamma(1-\epsilon)}{(4\pi)^{2+\epsilon}}2x(1-x)\mathbf{q}_1^2\left[\frac{1}{\epsilon} + \ln\left(\frac{x(1-x)\mathbf{q}_1^2}{\mu^2}\right) - \right. \tag{П.12}$$

$$\left. -2 + \frac{2(\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{q}_2)^2}{\mathbf{q}_1^2\mathbf{q}_2^2}\right] + \frac{2\Gamma(1-\epsilon)}{(4\pi)^{2+\epsilon}}\left[-\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2 + \right.$$

$$+ 2x(1-x)\mathbf{q}_1^2(\mathbf{q}_2^2 - \mathbf{q}_1^2) +$$

$$\left. + 8x^2(1-x)^2\frac{\mathbf{q}_1^2}{\mathbf{q}_2^2}(2\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2 - (\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{q}_2)^2)\right]J(x);$$

$$J(x) = \frac{1}{2}\int\limits_0^1\frac{dz}{z(1-z)\mathbf{q}_2^2 + x(1-x)\mathbf{q}_1^2} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\mathbf{q}_2^2(\mathbf{q}_2^2 + 4x(1-x)\mathbf{q}_1^2)}}\times \tag{П.13}$$

$$\times\ln\left(\frac{\sqrt{\mathbf{q}_2^2 + 4x(1-x)\mathbf{q}_1^2} + \sqrt{\mathbf{q}_2^2}}{\sqrt{\mathbf{q}_2^2 + 4x(1-x)\mathbf{q}_1^2} - \sqrt{\mathbf{q}_2^2}}\right);$$

$$J_2 = \int \mu^{-2\epsilon}\frac{d^{D-2}k_1}{(2\pi)^{D-1}}\frac{(1-x)(\mathbf{q}_1^2 - 2(\mathbf{k}_1\cdot\mathbf{q}_1))^2}{xt^2} =$$

$$= -\frac{2\Gamma(1-\epsilon)}{(4\pi)^{2+\epsilon}}2x(1-x)\mathbf{q}_1^2\times \tag{П.14}$$

$$\times\left[\frac{1}{\epsilon} + \ln\left(\frac{x(1-x)\mathbf{q}_1^2}{\mu^2}\right) + 2 - \frac{1}{2x(1-x)}\right].$$

Приложение Б

Здесь вычислены интегралы, определяющие полный вклад от рождения кварк-антикварковых пар в ядро уравнения БФКЛ $\mathcal{K}^{\text{Born}}_{RRQ\bar{Q}}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2)$, представленный соотношением (3.3). Его можно записать в следующей форме:

$$\begin{aligned}
&\frac{(2\pi)^{D-1}\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2 N \mathcal{K}^{\text{Born}}_{RRQ\bar{Q}}(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_2)}{g^4\mu^{2\epsilon}n_f} = \\
&= N^2\Bigg\{\int_0^1\!\!\int \mu^{-2\epsilon}\frac{dx\,d^{D-2}k_1}{(2\pi)^{D-1}}[(1+\epsilon)-2x(1-x)]\times \\
&\times\frac{\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2}{(1+\epsilon)\Delta^2 Z} + \int_0^1\!\!\int\mu^{-2\epsilon}\frac{dx\,d^{D-2}k_1}{(2\pi)^{D-1}}\frac{(-1)}{\Lambda^2 t}\times \\
&\times[\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2 + 2(x\mathbf{q}_2^2+(1-x)\mathbf{q}_1^2)\times \\
&\times(\mathbf{q}_1^2+2x(1-x)(\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{q}_2-2\mathbf{q}_1^2)) - \\
&-4(1-x)(2x\mathbf{q}_2^2+2(1-x)\mathbf{q}_1^2-x\Delta^2)(\mathbf{q}_1\cdot\Lambda) + \\
&+4x(1-2x)\mathbf{q}_1^2(\mathbf{q}_2\cdot\Lambda)+8(1-x)(\mathbf{q}_1\cdot\Lambda)^2] + \\
&+\Bigg(\int_0^1\!\!\int\mu^{-2\epsilon}\frac{dx\,d^{D-2}k_1}{(2\pi)^{D-1}}(-\mathbf{q}_2^2)\frac{(1-x)(2\mathbf{k}_1^2-\mathbf{q}_1^2)}{\Lambda^2 t} + \\
&+(\mathbf{q}_1\longleftrightarrow -\mathbf{q}_2)\Bigg\} + \frac{\Gamma(1-\epsilon)}{(4\pi)^{2+\epsilon}}\Bigg\{\mathbf{q}_1^2+\mathbf{q}_2^2 - \\
&-\int_0^1\!\!\int_0^1 \frac{dz\,dx}{z(1-z)\mathbf{q}_2^2+x(1-x)\mathbf{q}_1^2}[\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2 + \\
&+(z(1-z)\mathbf{q}_2^2 - x(1-x)\mathbf{q}_1^2)(\mathbf{q}_2^2-\mathbf{q}_1^2) + \\
&+8z(1-z)x(1-x)(2\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2-(\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{q}_2)^2)]\Bigg\}.
\end{aligned} \tag{П.15}$$

При получении последнего соотношения мы учли равенства (3.1), (П.12)–(П.14),

$$\begin{aligned}
&\int_0^1\!\!\int\mu^{-2\epsilon}\frac{dx\,d^{D-2}k_1}{(2\pi)^{D-1}}[(3+2\epsilon)2x(1-x)-(1+\epsilon)]\times \\
&\times\left[\frac{1}{Z}+\frac{1}{xt}+x(1-x)\mathbf{q}_1^2\left(\frac{1}{Z^2}+\frac{1}{(xt)^2}\right)\right] = 0,
\end{aligned} \tag{П.16}$$

а также использовали замену переменных интегрирования

$$\mathbf{k}_1\longleftrightarrow\mathbf{k}_2,\quad x\longleftrightarrow\frac{x\mathbf{k}_2^2}{-Z}. \tag{П.17}$$

Очевидно, представление (П.15) позволяет избежать громоздкого интегрирования по доле импульса x выражений (П.6)–(П.10), входящих в распределение по x.

Интегралы в первой фигурной скобке в правой части соотношения (П.15) равны:

$$\begin{aligned}
&\int_0^1\!\!\int\mu^{-2\epsilon}\frac{dx\,d^{D-2}k_1}{(2\pi)^{D-1}}[(1+\epsilon)-2x(1-x)]\frac{\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2}{(1+\epsilon)\Delta^2 Z} = \\
&= \frac{8\Gamma(1-\epsilon)}{(4\pi)^{2+\epsilon}}\frac{\Gamma^2(2+\epsilon)}{\epsilon\Gamma(4+2\epsilon)}\frac{\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2}{\Delta^2}\left(\frac{\Delta^2}{\mu^2}\right)^{\epsilon},
\end{aligned} \tag{П.18}$$

$$\begin{aligned}
&\int_0^1\!\!\int\mu^{-2\epsilon}\frac{dx\,d^{D-2}k_1}{(2\pi)^{D-1}}\frac{(-1)}{\Lambda^2 t}[\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2+2(x\mathbf{q}_2^2+(1-x)\mathbf{q}_1^2)\times \\
&\times(\mathbf{q}_1^2+2x(1-x)(\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{q}_2-2\mathbf{q}_1^2)) - \\
&-4(1-x)(2x\mathbf{q}_2^2+2(1-x)\mathbf{q}_1^2-x\Delta^2)(\mathbf{q}_1\cdot\Lambda) + \\
&+4x(1-2x)\mathbf{q}_1^2(\mathbf{q}_2\cdot\Lambda)+8(1-x)(\mathbf{q}_1\cdot\Lambda)^2] = \\
&= \frac{2\Gamma(1-\epsilon)}{(4\pi)^{2+\epsilon}}\Bigg\{\left[\frac{1}{\epsilon}+\frac{1}{2}\ln\left(\frac{\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2}{\mu^4}\right)\right]\times \\
&\times\left[\frac{\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2}{(\mathbf{q}_1^2-\mathbf{q}_2^2)}\ln\left(\frac{\mathbf{q}_1^2}{\mathbf{q}_2^2}\right)+\frac{2}{3}(\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{q}_2)\right]-\frac{10}{9}(\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{q}_2) + \\
&+\frac{1}{6(\mathbf{q}_1^2-\mathbf{q}_2^2)}\Bigg((\mathbf{q}_1^2-\mathbf{q}_2^2)^2\left(1-\frac{(\mathbf{q}_1^2+\mathbf{q}_2^2)\Delta^2}{(\mathbf{q}_1^2-\mathbf{q}_2^2)^2}\right) + \\
&+\frac{4\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2\cdot\Delta^4}{(\mathbf{q}_1^2-\mathbf{q}_2^2)^2}\Bigg)\ln\left(\frac{\mathbf{q}_1^2}{\mathbf{q}_2^2}\right) - \\
&-\frac{(\mathbf{q}_1^2+\mathbf{q}_2^2)\Delta^4}{3(\mathbf{q}_1^2-\mathbf{q}_2^2)^2}+\frac{1}{3}(2\Delta^2-\mathbf{q}_1^2-\mathbf{q}_2^2)\Bigg\},
\end{aligned} \tag{П.19}$$

$$\begin{aligned}
&\left(\int_0^1\!\!\int\mu^{-2\epsilon}\frac{dx\,d^{D-2}k_1}{(2\pi)^{D-1}}(-\mathbf{q}_2^2)\frac{(1-x)(2\mathbf{k}_1^2-\mathbf{q}_1^2)}{\Lambda^2 t}\right) + \\
&+(\mathbf{q}_1\longleftrightarrow -\mathbf{q}_2) = \frac{2\Gamma(1-\epsilon)}{(4\pi)^{2+\epsilon}}\Bigg\{-\left[\frac{1}{\epsilon}+\frac{1}{2}\ln\left(\frac{\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2}{\mu^4}\right)\right]\times \\
&\times\left[\frac{\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2}{(\mathbf{q}_1^2-\mathbf{q}_2^2)}\ln\left(\frac{\mathbf{q}_1^2}{\mathbf{q}_2^2}\right)+\frac{2}{3}(\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{q}_2)\right]+\frac{10}{9}(\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{q}_2)+
\end{aligned} \tag{П.20}$$

$$+\frac{(8\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2-\mathbf{q}_1^4-\mathbf{q}_2^4)}{6(\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2)}\left(1-\frac{(\mathbf{q}_1^2+\mathbf{q}_2^2)\Delta^2}{(\mathbf{q}_1^2-\mathbf{q}_2^2)^2}\right)\ln\left(\frac{\mathbf{q}_1^2}{\mathbf{q}_2^2}\right)+$$

$$+\left.\frac{2\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2\cdot\Delta^2}{(\mathbf{q}_1^2-\mathbf{q}_2^2)^2}\right\}.$$

Интеграл во второй фигурной скобке в правой части (П.15) можно привести к виду

$$\int_0^1\int_0^1\frac{dzdx}{z(1-z)\mathbf{q}_2^2+x(1-x)\mathbf{q}_1^2}[\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2+$$

$$+(z(1-z)\mathbf{q}_2^2-x(1-x)\mathbf{q}_1^2)(\mathbf{q}_2^2-\mathbf{q}_1^2)+$$

$$+8z(1-z)x(1-x)(2\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2-(\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{q}_2)^2)]=\mathbf{q}_1^2+\mathbf{q}_2^2-$$

$$-\frac{1}{4}\left(3\mathbf{q}_1^4+3\mathbf{q}_2^4-2\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2\right)\left(1-\frac{(\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{q}_2)^2}{2\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2}\right)- \quad (\text{П}.21)$$

$$-2(\mathbf{q}_1^2+\mathbf{q}_2^2)^2\int_0^\infty\frac{dx}{(\mathbf{q}_1^2+x^2\mathbf{q}_2^2)}\ln\left|\frac{1+x}{1-x}\right|-$$

$$-\frac{(3(\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{q}_2)^2-2\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2)}{8\mathbf{q}_1^2\cdot\mathbf{q}_2^2}\times$$

$$\times\left((\mathbf{q}_1^2-\mathbf{q}_2^2)\ln\left(\frac{\mathbf{q}_1^2}{\mathbf{q}_2^2}\right)+2(\mathbf{q}_1^2+\mathbf{q}_2^2)\right).$$

При помощи результатов, приведенных в этом Приложении, несложно получить выражение (3.4) для вклада от рождения кварк-антикварковых пар в ядро уравнения БФКЛ, причем в (3.4) выполнено разложение интеграла (П.18) с точностью до необходимой степени ϵ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bassetto A., Ciafaloni M., Marchesini G.* // Phys. Rep. 1983. V. 100. P. 201. *Mueller A.H., Qiu J.* // Nucl. Phys. 1986. V. B268. P. 427. *Ciafaloni M.* // Nucl. Phys. 1988. V. B296. P. 249. *Mueller A.H., Navalet H.* // Nucl. Phys. 1987. V. B282. P. 727. *Lipatov L.N.* // Perturbative Quantum Chromodynamics / Ed. Mueller A.H. Singapore: World Sci., 1989. *Mueller A.H.* // Nucl. Phys. 1990. V. B335. P. 115. *Levin E.M., Ryskin M.G., Shuvaev A.G.* // Nucl. Phys. 1992. V. B387. P. 589. *Bartels J.* // Phys. Lett. 1993. V. B298. P. 204; Z. Phys. 1993. V. C60. P. 471. *Catani S., Hautmann F.* // Phys. Lett. 1993. V. B315. P. 157. *Nikolaev N.N., Zakharov B.G., Zoller V.R.* // Phys. Lett. 1994. V. B328. P. 486. *Mueller A.H.* // Nucl. Phys. 1995. V. B437. P. 107.
2. *Abe I. et al.* (H1 Colab.) // Nucl. Phys. 1993. V. B407. P. 515. *Ahmed T. et al.* (H1 Colab.) // Nucl. Phys. 1995. V. B439. P. 471. *Derrick M. et al.* (ZEUS Colab.) // Phys. Lett. 1993. V. B316. P. 412; Z. Phys. 1995. V. C65. P. 379.
3. *Fadin V.S., Kuraev E.A., Lipatov L.N.* // Phys. Lett. 1975. V. B60. P. 50. *Кураев Э.А., Липатов Л.Н., Фадин В.С.* // ЖЭТФ. 1976. Т. 71. С. 840; 1977. Т. 72. С. 377. *Балицкий Я.Я., Липатов Л.Н.* // ЯФ. 1978. Т. 28. С. 1597.
4. *Askew A.J., Kwiecinski J., Martin A.D., Sutton P.J.* // Phys. Rev. 1994. V. D49. P. 4402. *Askew A.J., Golec-Biernat K., Kwiecinski J. et al.* // Phys. Lett. 1994. V. B325. P. 212.
5. *Липатов Л.Н., Фадин В.С.* // Письма в ЖЭТФ. 1989. Т. 49. С. 311; ЯФ. 1989. Т. 50. С. 1141.
6. *Фадин В.С.* // Письма в ЖЭТФ. 1995. Т. 61. С. 342. *Fadin V.S., Fiore R., Quartarolo A.* // Phys. Rev. 1996. V. D53. P. 2729. *Коцкий М.И., Фадин В.С.* // ЯФ. 1996. Т. 59. С. 1080. *Fadin V.S., Fiore R., Kotsky M.I.* // Phys. Lett. 1995. V. B359. P. 181; 1996. V. B387. P. 593.
7. *Fadin V.S., Lipatov L.N.* // Nucl. Phys. 1993. V. B406. P. 259. *Fadin V.S., Fiore R., Quartarolo A.* // Phys. Rev. 1994. V. D50. P. 5893. *Fadin V.S., Fiore R., Kotsky M.I.* // Phys. Lett. 1996. V. B389. P. 737.
8. *Fadin V.S., Lipatov L.N.* // Nucl. Phys. 1996. V. B477. P. 767.
9. *Fadin V.S., Kotsky M.I., Lipatov L.N.* // Phys. Lett. 1997. V. B415. P. 97.
10. *Catani S., Ciafaloni M., Hautmann F.* // Phys. Lett. 1990. V. B242. P. 97; Nucl. Phys. 1991. V. B366. P. 135. *Collins J.C., Ellis R.K.* // Nucl. Phys. 1991. V. B360. P. 3.
11. а) *Camici G., Ciafaloni M.* // Phys. Lett. 1996. V. B386. P. 341; б) Nucl. Phys. 1997. V. B496. P. 305.
12. *Fadin V.S., Fiore R., Flachi A., Kotsky M.I.* hep-ph/9711427 (accepted for publ. to Phys. Lett B).
13. *Camici G., Ciafaloni M.* // Phys. Lett. 1997. V. B412. P. 396.

$q\bar{q}$ PAIR PRODUCTION IN REGGEON-REGGEON COLLISIONS AND ITS CONTRIBUTION TO THE BFKL EQUATION KERNEL

V. S. Fadin, R. Fiore, A. Flachi, M. I. Kotsky

Using the expression for the $q\bar{q}$-pair production in Reggeon-Reggeon collision effective amplitude, we obtain corresponding contribution to the BFKL equation kernel by integrating the square of this amplitude, summed up over color and spin states of the Reggeons and quarks, over relative transverse and longitudinal momenta of the produced pair. The differential distributions of the produced particles are also calculated.